Des fourmis dans un labyrinthe

R. Catellier[1], *T. Laloé*[1], *V. Lemesle*[2], *M. Monticelli*[1]

NIVEAU Tous niveaux
Groupe : classe entière
Durée : 1h/ 1h30 pour aller plus loin
Mise en place : 10-15 minutes
Apprentissages visés : Calculer, Chercher, Représenter

OBJECTIFS
Notion de hasard/ Marche aléatoire
Statistiques / Traitement des données
Fréquence/ Nombres relatifs
Manipuler des objets / Aide à la conceptualisation
Ressentir avec son corps

REFERENCES AU BO

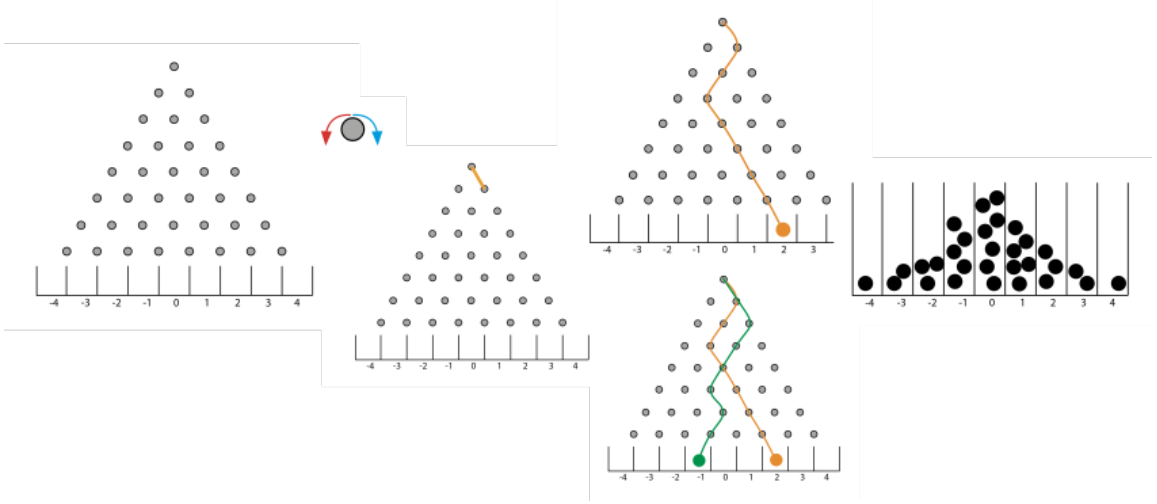
S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.
Reconnaître, nommer, écrire, calculer avec les nombres.
Dénombrement et représentation des données.
Probabilités et fréquence.

DESCRIPTION

Essentiellement tourné vers l'extérieur, cet atelier veut faire ressentir aux élèves (même aux plus jeunes !) l'expérience de la marche aléatoire à l'intérieur d'une planche de Galton. Après la constatation du résultat un retour sur le pourquoi est engagé avec les plus âgés et permet de revisiter les notions de dénombrement, ffrequence, calcul de moyenne et calcul avec des relatifs. Un atelier très complet pour des élèves de cycle 4, très ludique pour les élèves des cycles 2 et 3 et que l'on peut pousser très loin avec des lycéens. Pour les cycles 2 et 3 et aller plus loin dans la visualisation de la marche aléatoire, des fiches pour dessiner des marches aléatoires en utilisant des dés de différentes formes sont disponibles (cette partie très algorithmique est en lien avec l'atelier PixelProg).

PARTIE 1 : Le problème

Avant de mettre les élèves dehors, il peut être nécessaire d'expliquer le problème. Les élèves doivent imaginer qu'ils sont des fourmis à l'interieur d'un labyrinthe un peu special : une planche de Galton. Elles partent du sommet de la planche et se déplacent alétoirement dans la planche de manière à atteindre la sortie du labyrinthe. En sortant, elles "tombent" dans des cases portant des numéros.



1. LJAD, Université Nice- Sophia Antipolis
2. Collège Le Pré des Roures, Le Rouret.

La question que l'on se pose est : existe-t-il un chemin qui sera le plus souvent parcouru ? si oui, lequel ? À ce stade, les réponses des élèves sont très instructives. Si tout est aléatoire pourquoi y aurait-il un chemin préféré ? rapidement, ils se rendent compte qu'il y a plus de possibilité pour certains chemins et donc forcément il en existe un qui aura le plus de chance d' être choisi.
Pour cela, il est possible de mener un travail exploratoire sur le papier. Grâce à la fiche élève, ils peuvent commencer à lancer un dé ou une pièce et à tracer les chemins possibles. En compilant l'ensembles des réponses au tableau, une belle gaussienne devrait commnencer à apparaitre. Il n'est pas obligatoire de mener ce travail sur papier, l'exploration de la planche de Galton "en vrai" peut suffir.

PARTIE 2 : Dans la cour avec "les grands"

Le même problème va être exécuté dans la cour. La planche de Galton est symbolisée par des cerceaux et les élèves à l'aide d'une pièce ou d'un dé jouent aux fourmis dans le labyrinthe.

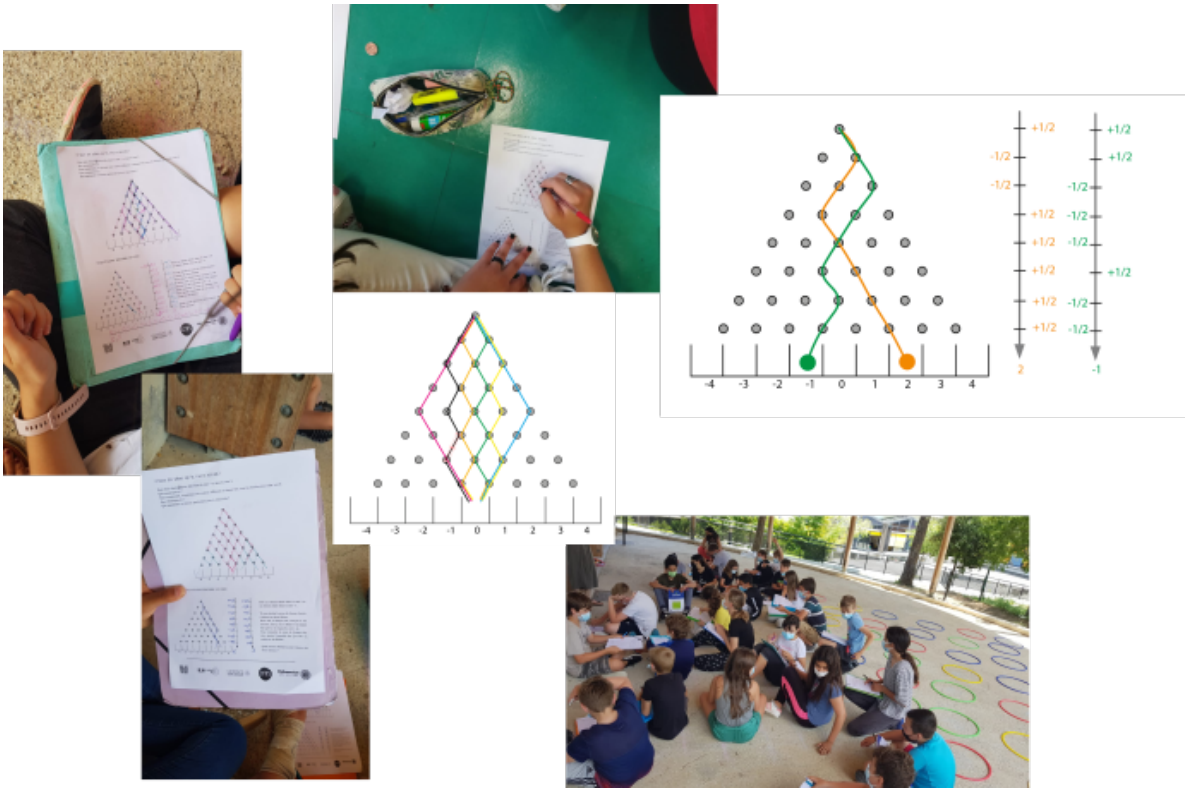
Arrivés à la fin du labyrinthe, ils notent avec une craie leur prénom ou une barre au bout de leurs pieds ou restent sur place. L'idée malgré tout est qu'ils fassent plusieurs fois le labyrinthe : plus il y aura de tirage et meilleure sera la visualisation de la gaussienne. À la fin de l'activité, il est temps de faire le point et d'expliquer pourquoi.

PARTIE 2 : Dans la cour avec "pitchouns"

Avec les élèves de cycle 2 ou cycle 3, l'idée est vraiment d'insister sur la notion de marche aléatoire. Marche aléatoire dans une planche de Galton (sur la photo dans cette classe, certains élèves n'ont pas suivi les règles..un bon moyen de repérer les "tricheurs" !!!), puis en utilisant les fiches élèves leur faire dessiner des marches aléatoires. Ce travail très algorithmique peut être une très bonne initiation à la programmation et un bon entrainement pour l'atelier PixelProg...

PARTIE 3 : Pourquoi ?

En utilisant la fiche élèves, différentes activités peuvent être menées : calcul de la moyenne pondérée (qui sera proche de 0), le nombre de chemin pour aller dans la case 0 et finalement retrouver la valeur des cases en ajoutant $\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$ suivant le choix droite-gauche du chemin.



REFERENCES

Essentiellement les articles suivants :

- La courbe en cloche...transparente, *M. Audin*

`https://images.math.cnrs.fr/La-courbe-en-cloche-transparente.html`

- Un article des Sorciers de Salem avec une animation en plus

`http://sorciersdesalem.math.cnrs.fr/Galton/galton_plus.html`

`http://sorciersdesalem.math.cnrs.fr/Galton/galton.html`

Documents pour les élèves

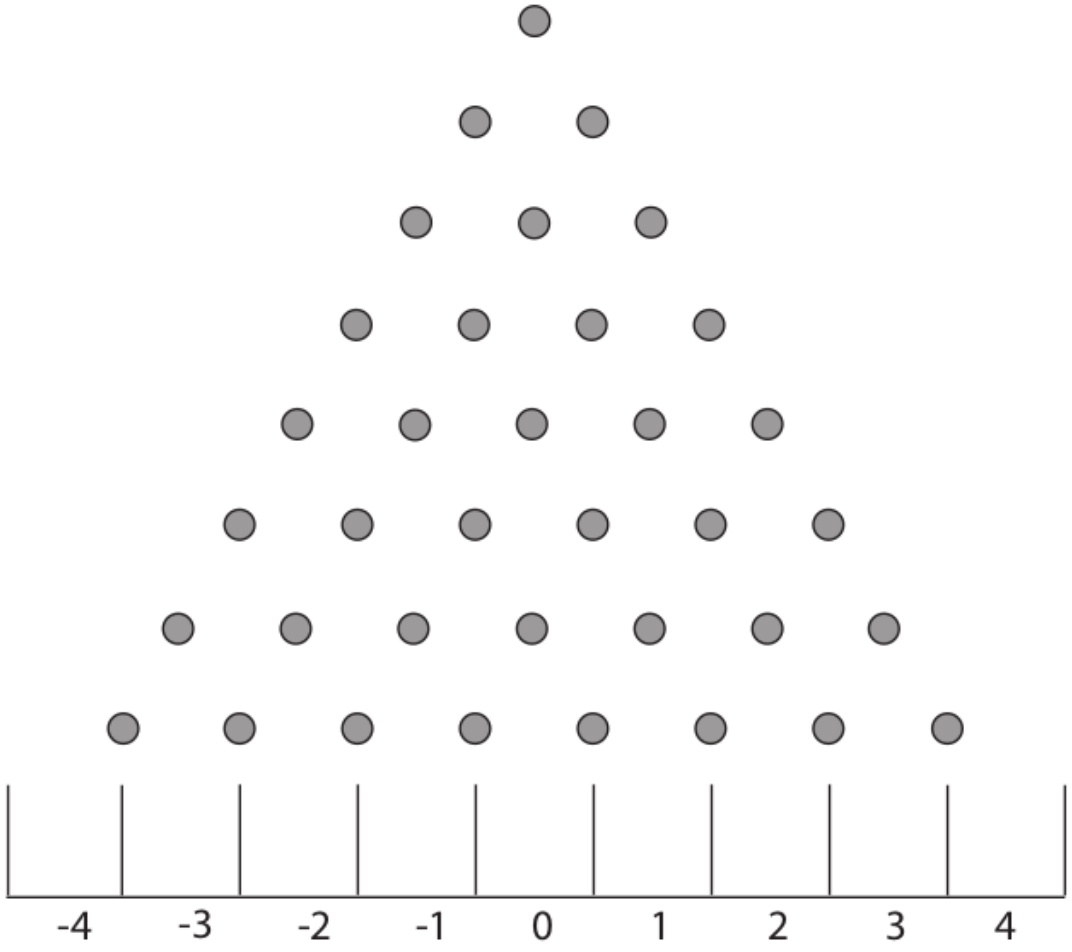
Des fourmis dans un labyrinthe

R. Catellier[1], *T. Laloé*[1], *V. Lemesle*[2], *M. Monticelli*[1]

La marche aléatoire des fourmis dans le labyrinthe

Imagine que tu es une fourmi tout en haut de ce labyrinthe et qu'à chaque obstacle que tu rencontres tu as deux choix : aller à droite ou aller à gauche.
Tu as un jeton dans ta main : une face D (droite), une face G (gauche). C'est le lancer de ton jeton qui déterminera ton chemin : on appelle cela la marche aléatoire.
La manière dont les obstacles sont disposés et donc le labyrinthe ainsi dessiné s'appelle une planche de Galton, du nom du mathématicien qui l'a crée.

Réalise alors 7 marches aléatoires de fourmi : tu peux prendre une couleur différente pour chaque trajet. Une fois que tu es arrivé en bas du labyrinthe, tu écris un petit rond de couleur dans la case correspondante.

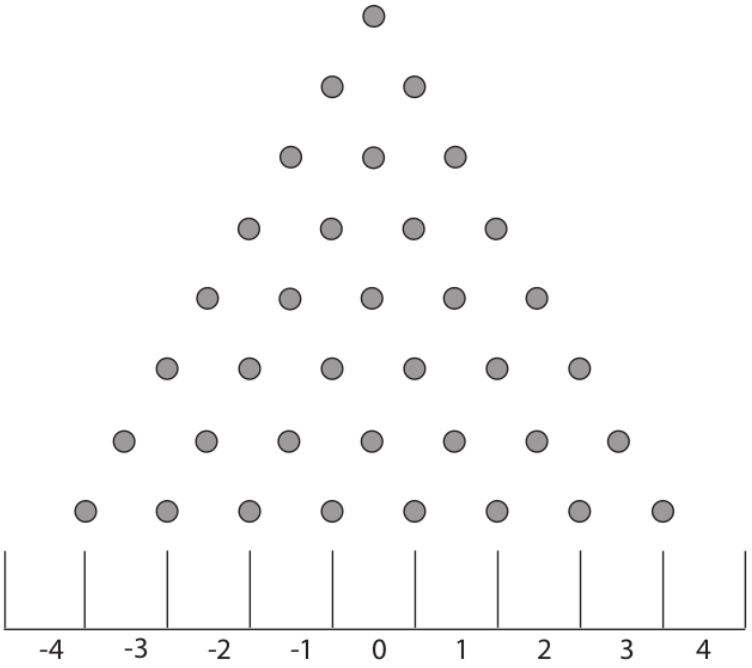


Donne à ton professeur les résultats que tu as obtenu. Calcule la moyenne obtenue. Que remarques-tu ? C'est une caractérisque particulière de la répartition obtenue : cette répartition s'appelle une "forme gaussienne".

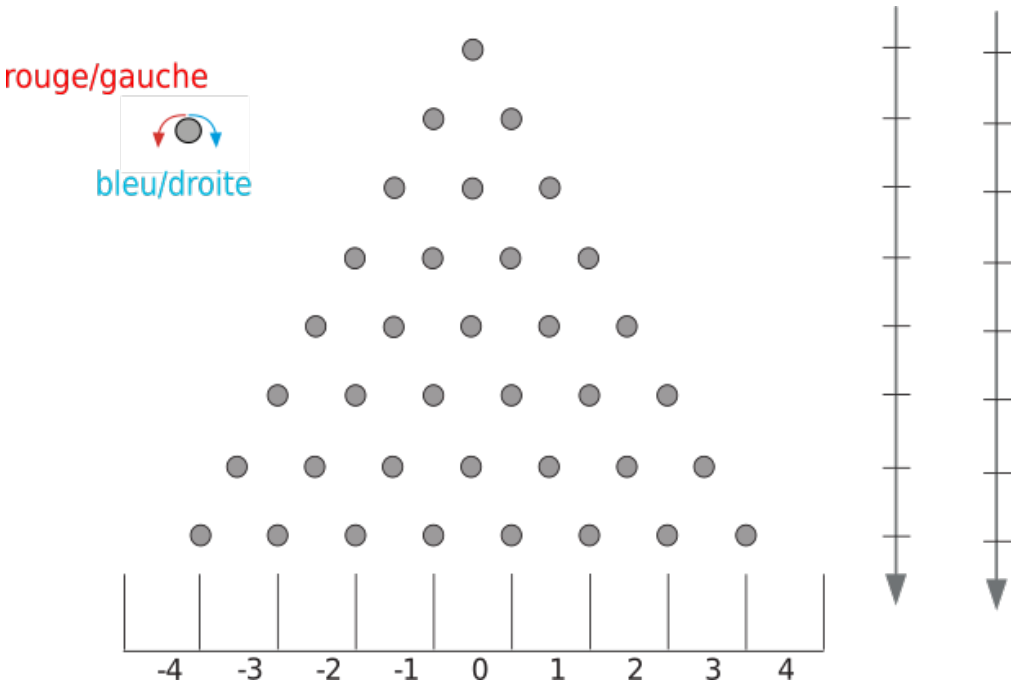
1. LJAD, Université Nice- Sophia Antipolis
2. Collège Le Pré des Roures, Le Rouret.

C'est en zéro qu'il faut aller !

Note le(s) chemin(s) pour aller dans la case -4, dans la case 4.
Que remarques-tu ?
Note maintenant, en prenant une couleur différente à chaque fois, tous les chemins pour aller vers 0.
Que remarques-tu ?
Que représente ce chemin particulier pour le labyrinthe ?



Calculons encore un peu



Note un chemin allant dans la case 2 et un chemin allant dans la case -1. Tu vas calculer le score de chaque chemin t'aidant des flèches. Une flèche correspond à un chemin.

Choisis une flèche pour le chemin allant à 2. Lorsque tu vas à droite (regarde bien le bouton pour t'aider !), note en bleu $\frac{1}{2}$ sur une graduation ; lorsque tu vas à gauche, note en rouge $-\frac{1}{2}$.

Ajoute l'ensemble des $\frac{1}{2}$ et des $-\frac{1}{2}$ notés sur la flèche et recommence pour le chemin allant à -1 sur la deuxième flèche.
Quels scores obtiens-tu pour chacunes des flèches ?

Tu peux recommencer en laçant une pièce ou un dé et en choisissant rouge/gauche pour pile (ou pair) et bleu/droite pour face (ou impair). Que remarques-tu ?

Mathemarium
LJAD - UCA - CNRS

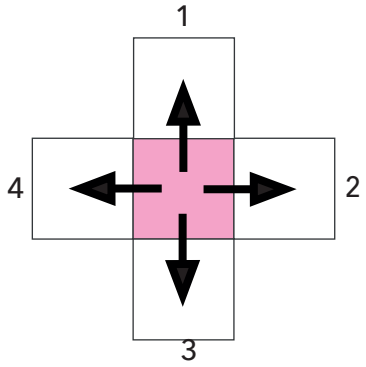
Déambuler au hasard avec un dé en poche

La marche aléatoire

Départ : Se placer sur la case jaune du milieu de la grille et la colorier.

Etape 1 : Lancer le dé.
Etape 2 : Lire le nombre. Ce nombre corresponsant à la direction à prendre.
Etape 3 : Se déplacer sur la case :
- 1 = en haut
- 2 = à droite
- 3 = en bas
- 4 = à gauche

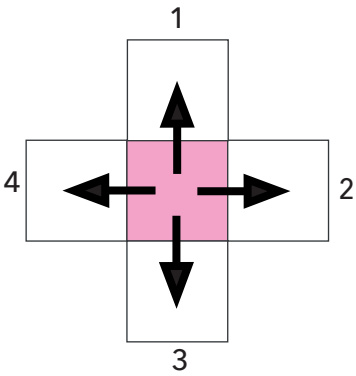
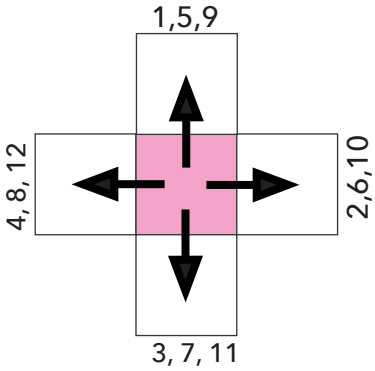
Etape 4 : Colorier la case
Etape 5 : Recommencer à l'étape 1



Marche aléatoire

Utilisez un dé de 4 ou un dé 12 pour décider de la direction à prendre.

Mathemarium
LJAD - UCA - CNRS

Avec un dé de 4 :
1 = Haut
2 = Droite
3 = Bas
4 = Gauche

Avec un dé de 12 :
1, 5, 9 = Haut
2, 6, 10 = Droite
3, 7, 11 = Bas
4, 8, 12 = Gauche